

La corsa dei 100 metri: quali misure?

Qualsiasi tipo di campionamento dati che faccia uso di sensoristica è soggetto ad un'approssimazione più o meno grande a seconda della tipologia e della risoluzione del sensore stesso. Quando si decide di presentare una grandezza che sia facilmente interpretabile si pongono delle ipotesi che semplificano il sistema ma nello stesso tempo non contraddicono i principi cardine su cui si basa la fisica, quindi si può dire che il moto uniforme è un'eccezione (e in particolare che descrive il moto più semplice).

La corsa dei 100m è, in fisica, definita un moto vario. E' necessario, quindi, un'introduzione al riguardo. Il moto di un corpo, secondo la sua progressione nel tempo, può procedere con moto uniforme o moto vario. Nel moto uniforme si percorrono spazi uguali in tempi uguali ed il movimento, quindi, si verifica a velocità costante. Il moto vario può essere "uniformemente accelerato o ritardato", e "non uniformemente accelerato o ritardato". La differenza tra i due tipi di moto consiste che nel primo si hanno, in tempi uguali, uguali variazioni di velocità, mentre nel secondo si hanno, in tempi uguali, variazioni disuguali di velocità. La suddivisione dei diversi tipi di movimento secondo la loro successione nel tempo, è valida sia per la rotazione che per la traslazione, dato che ambedue le forme di movimento possono essere "uniformemente accelerate o ritardate", o "non uniformemente accelerate o ritardate".

La parte seguente è tratta dal libro del Prof. A. Manoni (già collaboratore del Prof. Dal Monte presso la sezione di Biomeccanica dell'Istituto di Medicina dello Sport del CONI), "Biomeccanica e divisione strutturale della ginnastica artistica" ed. Società Stampa Sportiva.

La velocità

Per velocità scalare media in un intervallo di tempo Δt , si intende il rapporto tra lo spazio percorso Δs e l'intervallo di tempo Δt impiegato a percorrerlo. Considerando un punto **P** mobile lungo la sua traiettoria rettilinea (è chiaro il riferimento ad un atleta che corre i 100m), e siano i punti **P₁** e **P₂** le due posizioni occupate dal punto negli istanti **t₁** e **t₂** di ascissa **s₁** e **s₂**, si definisce "velocità media scalare del punto nell'intervallo di tempo $t_2 - t_1 = \Delta t$ il rapporto:

$$V_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ m/sec}$$

Il limite di questo rapporto per Δt tendente a zero, si dice velocità istantanea del punto **P** nell'istante **t**:

$$V_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \text{ m/sec}$$

Tale trattamento matematico del movimento è però possibile soltanto se lo spostamento nel corso del tempo può essere espresso con una funzione matematica analitica $s = s(t)$ che viene chiamata equazione oraria. Nello sport ciò accade difficilmente, così come nella fisica non sono pochi gli esempi nei quali le funzioni percorso-tempo non si possono esprimere come funzione matematico-analitiche. Per questa ragione, nella biomeccanica si lavora con incremento di spazio e di tempo molto piccoli, ma non ancora tendenti a zero, e si parla di differenziali fisici. I differenziali fisici si scrivono come quelli matematici, perciò **ds** e **dt**, mentre le operazioni di calcolo si fanno secondo la matematica (calcolo alle differenze fisiche finite). Gli elementi di spazio e di tempo molto piccoli, propri delle progressioni dei movimenti sportivi, si ottengono analizzando i movimenti con l'aiuto di metodi cinematografici. Misurando lo spazio **s** percorso in metri ed il tempo **t** impiegato per percorrerlo in secondi, la velocità risulta misurata in metri al secondo (m/sec).

L'accelerazione

Per accelerazione scalare media si intende il rapporto tra la variazione (positiva o negativa) di velocità Δv e l'intervallo Δt durante il quale avviene questa variazione Δv .

Essa viene indicata con il simbolo **a**: $a = v/t$

Poiché **v** si misura in m/sec e **t** in sec, l'accelerazione si misurerà in metri al secondo per secondo (m/sec^2). Se nelle successive unità di tempo la velocità dovesse ricevere variazioni sempre uguali, il moto si direbbe "uniformemente vario" e sarà uniformemente accelerato o ritardato, a seconda se l'incremento dovesse essere positivo o negativo.

Supponendo che un corpo percorra un determinato tratto con velocità uniformemente crescente, e siano noti nei punti 1 e 2 i valori della velocità v_1 e v_2 nonché i tempi di passaggio, facendo il rapporto fra l'incremento della velocità e l'incremento del tempo, si ottiene un valore numerico preciso che si definisce accelerazione media:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ m/sec}^2$$

L'accelerazione istantanea scalare si ottiene soltanto quando si fa il passaggio al limite del rapporto $\Delta v/\Delta t$ per t tendente a zero.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

L'accelerazione è perciò la derivata prima della velocità rispetto al tempo. Poiché la velocità è a sua volta una derivata prima dello spazio rispetto al tempo

$$v = \frac{ds}{dt}$$

si potrà ancora scrivere:

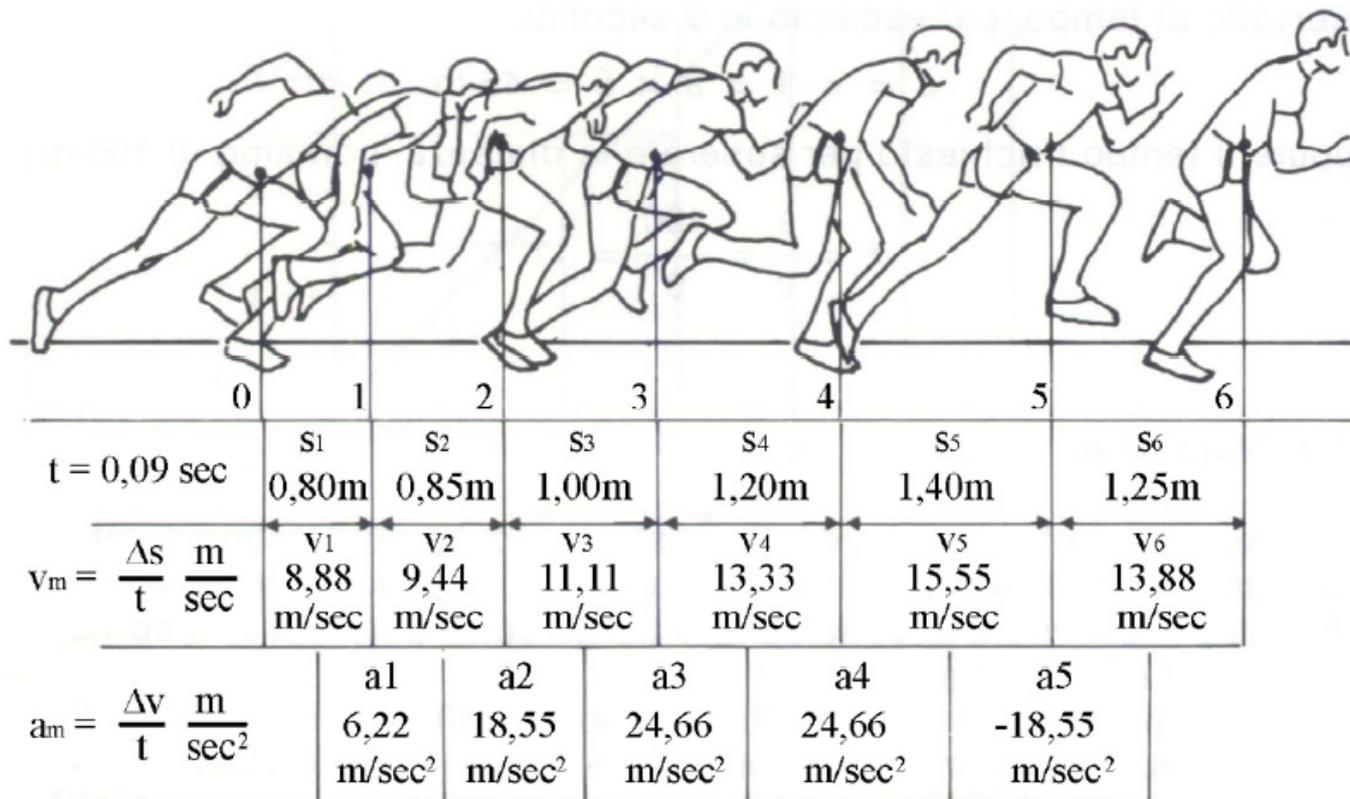
$$a_i = \frac{dv}{dt} = \frac{d \frac{ds}{dt}}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

ossia l'accelerazione istantanea è uguale alla derivata della velocità rispetto al tempo, o anche è uguale alla derivata seconda dello spazio rispetto al tempo (due volte).

Per l'impiego matematico di quest'ultima equazione, vale lo stesso che per l'equazione della velocità.

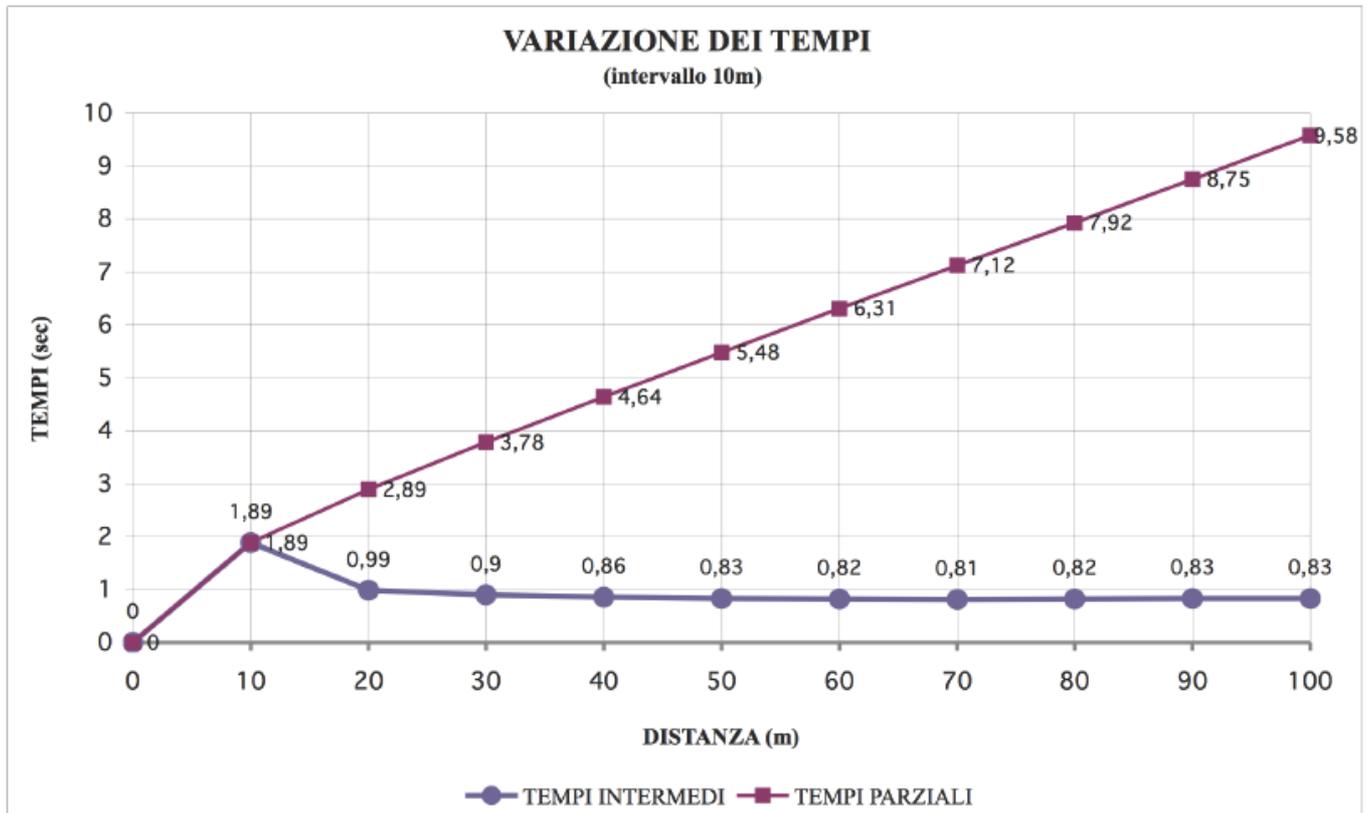
La differenza esatta si può fare matematicamente soltanto se la relazione percorso-tempo è data come funzione analitico-matematica. Dato che ciò si verifica molto raramente nelle progressioni dei movimenti sportivi, si dovrà ricorrere alle differenze finite.

Nella figura seguente un esempio di tale analisi del Prof. A. Manoni.



(N.B. I valori 1, 2, 3, 4, 5, 6, sono multipli di 0,09; es. $0,09 \cdot 2$, $0,09 \cdot 3$, etc.)

Nella figura seguente sono riportati i risultati della corsa dei 100m di Bolt dove è possibile notare che il diagramma dello spazio in funzione del tempo (riportando ogni 10m il tempo impiegato per percorrerlo), anziché una retta, presenta linee spezzate (un esperimento reale non può che presentarsi un po' differente da un sistema ideale al quale sono stati tolti tutti gli elementi di disturbo).



Mentre nel moto uniforme la velocità è costante nel tempo, nel moto vario essa si modifica continuamente.

Con riferimento alla figura di cui sopra, se si misura una distanza Δs tra due posizioni consecutive (10m) e la si divide per il corrispondente intervallo di tempo Δt necessario per coprire tale spazio, si ottiene una velocità media; ossia $V_m = \Delta s / \Delta t$

Frammentando ognuno degli intervalli del grafico in tanti tratti più piccoli, per ognuno si individuerrebbe una diversa velocità media.

Se questi tratti fossero moltissimi (infiniti nel numero) e quindi piccolissimi (infinitesimi nella dimensione), si otterrebbe, per ogni punto della curva, la velocità istantanea, che è il limite cui tenderebbe la velocità media in un intervallo di tempo sempre più piccolo tendente a zero.

Ripetendo le stesse considerazioni fatte per ricavare la velocità dallo spazio percorso nell'unità di tempo, allo stesso modo si può ricavare l'accelerazione che sarà del tipo "scalare media" poiché il campionamento mette a disposizione intervalli finiti e non infinitesimi.

La grandezza fisica che si ottiene da un sensore che "cerca" di misurare il moto di un corpo è un'accelerazione media, la quale viene definita come il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo in cui tale variazione avviene:

E' ovvio che quando un atleta è fermo sui blocchi non muovendosi non può fornire indicazioni, relative alla forza applicata, a sensori di posizione o velocità; quando l'atleta si mette in moto comincia il campionamento (le misure effettuate lungo il percorso).

Nella pratica di campo si procede alle misure di tempo e velocità posizionando fotocellule a determinati intervalli spaziali a seconda del tipo di dato che si ricerca (per i 100 metri si piazzano le fotocellule ogni 10 metri). Da tali dati di posizione e di tempo, si ricavano il tempo totale della prova, i tempi dei vari intermedi e dei vari parziali. L'obiettivo del tecnico è quello di indagare sulle variazioni di velocità di un soggetto nei vari tratti di corsa.

Nello studio della velocità si distinguono due fasi:

- quella dell'aumento della velocità (caratterizzata dall'accelerazione)
- quella della sua stabilizzazione (caratterizzata dalla velocità ottenuta sulla distanza)

E' bene sapere, però, che la possibilità di raggiungere rapidamente la propria velocità massima e quella di spostarsi alla massima velocità sono indipendenti l'una dall'altra.

Nella corsa veloce si raggiunge il 90% circa della velocità massima al 3° secondo, (per Bolt corrisponde a circa 21-22m).

Nell'analisi dell'andamento della corsa del velocista, l'attenzione è posta alle macrovariazioni di velocità per settori di 10 metri in quanto è fondamentale conoscere la ritmica della corsa di quel soggetto (ampiezza, frequenza, indice di forza veloce ciclica), per potere poi intervenire con le opportune correzioni durante l'allenamento.

Dai dati in possesso forniti dalla IAAF sul record del mondo di Bolt, è possibile effettuare analisi che tengono conto dei tempi misurati ogni 10 metri.

La mia analisi è stata, quindi effettuata utilizzando dati reali e non fittizi, con i valori delle velocità medie da cui quella della accelerazione scalare media (nella fisica esiste, nelle scienze motorie no?).

Si ricordi che un'accelerazione compare per una variazione di velocità e quindi se la variazione è provocata da due velocità medie questo non ha importanza in quanto la variazione si valuta durante il passaggio da una velocità all'altra... per evitare che l'intervallo di tempo tenda a zero, si può convenzionalmente considerare una progressione nell'aumento di velocità che inizia nel mezzo di ogni intervallo a velocità costante

Ricordo che l'accelerazione di un atleta è la capacità di variare la sua velocità nel minore intervallo di tempo possibile.

Si precisa che l'andamento dell'accelerazione non è uguale in tutti i velocisti; Bolt, ad esempio è un "velocista lento" sia nella reazione allo sparo che nella messa in moto. Lo avete mai visto fare qualche gara indoor?

Un esempio: un mio atleta nazionale under 23 ha corso i 100m in 10"46 e i 60 indoor in 6"68; un altro mio atleta del passato campione italiano juniores ed under 23 dei 200, correva i 100m in 10"51 ed i 60 indoor in 6"92. Due andamenti della corsa completamente diversi.

Ma soprattutto si pensi a soggetti che dopo la partenza sono dopo tre metri avanti di 1 metro e poi ai venti o trenta metri sono raggiunti e/o superati.

Relativamente alla punta di velocità massima, questa viene raggiunta dai migliori velocisti dopo 6"-7" dalla partenza, dagli altri prima.

Metodologicamente le distanze di corsa in allenamento debbano essere scelte a seconda delle caratteristiche dei soggetti (atleti velocisti veri, velocisti scarsi, altri tipi di sportivi, sesso, età, e soprattutto da quanto impiegano sulle varie distanze di corsa), e non dire: i 30m vanno bene per lo sviluppo dell'accelerazione ed i 60m per lo sviluppo della velocità massima.

Queste sono considerazioni pratiche che ci inducono a tenere in considerazione le macrovariazioni di velocità che si manifestano per intervalli di tempo lunghi e non per frazioni infinitesimali di tempo.

Nell'analisi della corsa di Bolt, è possibile fare due tipi di considerazione: quella sui tempi parziali e quella sui tempi intermedi.

Nell'analisi dei tempi parziali l'andamento dei valori medi su intervalli sempre più lunghi, è crescente per la velocità e decrescente per l'accelerazione.

Nell'analisi dei tempi intermedi l'andamento dei valori medi nei singoli tratti di 10 metri, presenta variazioni sensibili sia dell'accelerazione che della velocità. In particolare esiste una macrovariazione della velocità e dell'accelerazione dai 10 ai 20m. Difatti Bolt percorre i primi 10 metri in 1"89, i secondi 10m in 0"99 (il 52,3% del tempo impiegato nel tratto precedente), poi corre due tratti in 0"9 e 0"86; quindi la velocità diventa quasi di crociera dai 40m fino all'arrivo oscillando per ogni tratto di 10m tra 0"81 e 0"83. In pratica la velocità aumenta fino ai 70m per poi decrescere ed essere, infine, mantenuta fino all'arrivo.

Nella mia relazione del 18 aprile non ho parlato dell'andamento dei parametri nei tempi parziali, ma delle variazioni negli intermedi; ma, evidentemente, anche stavolta non sono stato ascoltato.

Nell'analisi dei tempi parziali la conoscenza dell'andamento dei parametri dell'accelerazione e della velocità è poco utile al tecnico; mentre quello relativo ai tempi intermedi fornisce indicazioni metodologiche per l'allenamento.

Riguardo ai miei presunti errori relativi ai calcoli di tali parametri si rimanda alla lettura iniziale delle considerazioni del biomeccanico Prof. A. Manoni "La differenza esatta si può fare matematicamente soltanto se la relazione percorso-tempo è data come funzione analitico-matematica. Dato che ciò si verifica molto raramente nelle progressioni dei movimenti sportivi, si dovrà ricorrere alle differenze finite".

Questo è il caso in cui si è ricorso a differenze finite.

Non dimentichiamo, infatti, che in un moto con partenza da fermo cioè con velocità iniziale uguale a zero, al tempo zero la velocità istantanea è zero e quindi l'accelerazione non è valutabile con un sensore che rilevi grandezze cinematiche.

Una riflessione: possono i dati di Bolt essere paragonati a quelli di un campionamento eseguito su soggetti con caratteristiche nettamente diverse? (sarebbe anche il caso di ricordare che qualcuno criticava gli studi effettuati su campioni ad una cifra o di solo una decina di persone !!!). Possono i dati di Bolt essere messi a confronto con quelli di soggetti che corrono i 100 metri in un tempo di circa il 20% superiore? (Chiedere al Prof. Vittori se può essere chiamato velocista un soggetto che corre i 100 metri in 11"30). Per fare un esempio: da circa due mesi seguo un diciassettenne il cui padre mi ha chiesto di allenarlo dopo averlo seguito personalmente fino ad oggi. Visti gli allenamenti che ha eseguito in quest'ultimo anno ed ipotizzando il miglioramento del soggetto dovuto anche alla crescita fisica (l'anno scorso ha corso i 400m in 53"4), presumo che valga attualmente intorno agli 11"30 sui 100m. Ho accettato di allenarlo prospettandogli di potere ambire a cimentarsi in gare regionali-nazionali su distanze ... dagli 800 metri in su.

Ovviamente questo è superfluo ed alla fine ... Mi si risponderà che il modello, con una certa approssimazione, lo si può accettare; ma sia chiaro che pur sempre di approssimazione si tratta.

Alla fine le mie osservazioni sulla corsa di Bolt con pochi dati a disposizione possono essere accusate di approssimazione ... comunque trattasi delle osservazioni "reali" sulla corsa di Bolt.

Concludendo, ma facendo dapprima un piccolo passo indietro, da cosa si ricava l'affermazione che l'accelerazione è massima quando la velocità è uguale a zero (cioè il corpo è fermo) ?

Quando si usa un qualsiasi sensore (nel più ampio senso del termine: da telecamere ad accelerometri, passando per radar e gps, etc.) dobbiamo fare i conti con il tempo di campionamento e questo può dare vita ad intervalli più o meno ampi tra un campione e l'altro.

A partire dall'informazione sulla posizione, ricordando la teoria, l'accelerazione si ricava con una doppia derivata rispetto al tempo e siccome nella teoria non ci si deve preoccupare di quanto piccoli siano gli intervalli dt , dx e dv (rispettivamente i differenziali del tempo, della posizione e della velocità) non ci si preoccupa nemmeno di quanti termini siano necessari per ottenere il primo valore utile di accelerazione. Quando invece si lavora con misure fornite da uno strumento qualsivoglia complesso, è necessario lavorare con un insieme discreto di numeri non infinitesimi ma finiti, e nello specifico le derivate diventano rapporti incrementali! Quindi, partendo da misure di posizione, sottraendo la posizione finale a quella iniziale (per ogni intervallo misurato) si ottiene un incremento di posizione che, diviso per l'intervallo temporale intercorso, fornisce il valore di velocità media sul tratto...attenzione! Per 2 valori di posizione ottengo **un solo valore** di velocità...per ottenere il valore di accelerazione bisogna avere un intervallo di velocità (e quindi 2 valori di velocità) da dividere per un intervallo temporale (quello che intercorre tra la velocità iniziale e la velocità finale). Siccome non c'è altra informazione per ogni intervallo, questo significa considerare costante il valore ottenuto, nel primo caso per la velocità e nel secondo caso per l'accelerazione. Maggiore è il numero di campioni per unità di tempo e maggiore sarà il dettaglio che si riuscirà ad evidenziare in termini di velocità medie o accelerazioni medie sul tratto...ma sempre di medie si tratta! Quindi la densità di campioni dipende dallo strumento usato per effettuare la misura ma la grandezza ottenuta è della medesima natura (due strumenti che misurano posizioni forniscono accelerazioni come doppio rapporto incrementale). Per quanto riguarda il punto da cui far partire il grafico per il primo campione è arbitrario, in quanto per cosa è stato detto non è ancora possibile, per mancanza di dati (non è possibile averlo!), fornire un valore per il punto di partenza, quindi o si pone a zero per convenzione o si decide di considerarlo non significativo (n. c.).

Ben altra cosa è derivare matematicamente le relazioni l'una dall'altra, poiché in questo caso gli strumenti matematici (operatori derivativi e integrativi) hanno una potenza descrittiva che supera ogni risoluzione strumentale...ma per proseguire tale trattazione è necessario confrontare i modelli matematici scelti con i valori numerici delle misure e soprattutto valutare le condizioni al contorno dell'esperimento eseguito...

Ma vorrei fare una considerazione, un GPS è un misuratore di posizione; la localizzazione avviene tramite la trasmissione di un segnale radio da parte di ciascun satellite e l'elaborazione dei segnali ricevuti da parte del ricevitore. Esso utilizza i dati di tempo e spazio per ricavare le velocità (medie) per

percorrere questi spazi e quindi le accelerazioni (medie) esistenti. Non è uno strumento molto preciso sullo spazio e difatti per misurazioni come quella dei cento metri è preferibile un accelerometro, ma anche un sistema di fotocellule è più preciso in quanto è posizionato esattamente sul punto di rilevamento. Se fosse preciso sarebbe comodo mettere su un atleta un GPS e farlo correre, e da un tablet leggere i tempi di percorrenza dei tratti di corsa calcolati dallo strumento; ma ciò non è possibile per l'elevato livello d'errore che tale strumento possiede.

Ma quale è il sistema di calcolo che adotta? Applica esattamente il calcolo della accelerazione scalare media partendo dai dati relativi alle posizioni ottenute. A questo punto la questione diventa: perché il calcolo dell'accelerazione scalare media va bene se applicato dal GPS e non va bene se lo applico io? Trattasi della ennesima contraddizione.

Riguardo all'uso dei GPS per misure di velocità e di accelerazione è utile fare qualche considerazione. Il codice C/A (Coarse Acquisition code) generato dal satellite è sincronizzato con i GPS time del dispositivo a terra. Tale segnale arriva, ovviamente, all'utilizzatore con un ritardo $t = R/c$ dove R è la distanza fra il satellite ed il ricevitore e $c = 300.000 \text{ km/s}$ è la velocità della luce. In base a tale ritardo il ricevitore è in grado di stimare la distanza dal satellite. Resta pertanto determinata una sfera con centro pari alla posizione del satellite e raggio la distanza calcolata con il ritardo del segnale. Tale sfera interseca la superficie terrestre individuando una circonferenza. Sono necessari dunque per la determinazione della posizione almeno 3 segnali di differenti satelliti, molto spesso però si utilizzano 4 satelliti. Se vengono indicate con R_i le distanze calcolate mediante ritardo, si ottiene che:

$$R_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad i = 1, \dots, 4$$

dove (x_i, y_i, z_i) sono le coordinate di posizione del satellite, e quindi si ottengono 4 equazioni in 4 incognite da cui si ricavano x, y, z ed un offset temporale.

Vale la pena notare che tali misure sono caratterizzate da un errore che deriva dall'errore sul calcolo delle R_i per i 3 o 4 satelliti. Con un errore di soli $0,1 \mu\text{s}$, ricordando che $t = R/c$, si ottiene che $\delta t * c = \delta R$, dove δR è l'errore sulla distanza; dunque $3 \cdot 10^8 \text{ m/s} * 0,1 * 10^{-6} \text{ s} = 30 \text{ m}$, supponendo invece un errore di 10 ns si ottengono 3 metri.

A questo andrebbero poi aggiunti gli errori generati dai satelliti (errori sugli orologi atomici di bordo, errori prodotti dalla non perfetta conoscenza dei parametri orbitali dei satelliti), errori relativi alla propagazione nella ionosfera e troposfera ed errori del ricevitore (rumore interno e precisione). Va inoltre ricordato che con tali dati si otterranno le posizioni del ricevitore in diversi momenti. Utilizzando questi dati per il calcolo dell'accelerazione si otterranno comunque dei dati caratterizzati da un errore calcolato propagando quello relativo alle posizioni.

Il calcolo dell'errore sulle velocità è quindi:

$$\delta v = \frac{1}{t}(\delta x_f + \delta x_i)$$

Di conseguenza il calcolo dell'errore sull'accelerazione sarà:

$$\delta a = \frac{1}{t}(\delta v_f + \delta v_i)$$

ciò significa che, supponendo anche un errore più piccolo dei 3 metri previsti, diciamo 1 metro, si otterrà: ad es. per una velocità di $9,71 \text{ m/s}$, per un δt di $1''03$, un errore $\delta v = \pm 1,94 \text{ m/s}$ (cioè di circa il 20%); per un'accelerazione di $1,27 \text{ m/s}^2$, per un δt di $1''03$, un errore $\delta a = \pm 3,51 \text{ m/s}^2$ (cioè circa del 275%).

Indubbiamente non è un congegno adatto a misurazioni precise in ambito spazio-temporale. In ambito militare le cosiddette "bombe intelligenti" utilizzano un sistema puntatore con raggio laser in quanto i GPS (e si tratta di quelli militari, quindi molto, ma molto più precisi di quelli civili), non soddisfano il livello di precisione richiesto; e sì che l'approssimazione dei GPS militari è di circa 30 cm.

Il mio consiglio di consultare un docente universitario o altro esperto in merito agli argomenti trattati si rinnova. In particolare, riguardo l'ultimo argomento, mi raccomando, che sia "indipendente". Chiedereste mai al gestore di un ristorante nel quale vi apprestate ad entrare: "si mangia bene qui"?

Ricordate sempre, quando chiedete a qualcuno conferme sulla bontà di qualcosa, il vecchio detto: "E' fresca l'acqua? ... E' come la neve!"